

全相位 FFT 密集谱识别与校正

黄翔东,王兆华,罗 蓬,吕 卫

(天津大学电子信息工程学院,天津 300072)

摘 要: 为估计密集谱成分信号的频率和相位值,本文提出基于全相位 FFT(all-phase FFT, apFFT)的密集谱识别与校正算法.利用全相位 FFT 良好的抑制谱泄漏性质和其特有的“相位不变性”,本文方法可在传统振幅谱峰识别法失效情况下,根据相位谱是否满足平坦分布来识别密集谱与单频成分谱;结合全相位时移相位差校正法与相邻 apFFT 谱线间的相位关系,推导出了—种新的密集谱频率与相位的估计方法,并给出了辨别两种谱分布的参数指标.仿真实验表明,在不同信噪比情况下,本算法精度比原有 FFT 密集谱校正法有所提高,当 SNR > 20dB 时,本文方法有较高的实用价值.

关键词: 全相位 FFT; 谱泄漏; 密集谱; 谱校正

中图分类号: TP302.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 01-0172-06

Discrimination and Correction for Dense All-phase FFT Spectrums

HUANG Xiang-dong, WANG Zhao-hua, LUO Peng, LÜ Wei

(School of Electronics and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: To estimate the frequency and phase information of the signals containing dense spectral components, a novel discrimination and correction method for dense all-phase FFT (apFFT) spectrums is proposed. Due to apFFT's excellent performance in suppressing spectral leakage and the property of 'phase invariant', this paper can distinguish the dense spectrum from single-tone spectrum by judging whether the phase spectral lines behave as flat distribution, when the conventional discrimination method by identifying peak amplitude lines malfunctions. Combining with all-phase time-shift correcting spectrum method and the phase relation between adjacent spectral lines, this paper deduces a novel method to estimate frequencies and phases for dense spectrums and gives the discrimination index for these two cases. Simulation shows that, for the different cases of SNR (Signal to Noise Ratio), the accuracy of the proposed method is higher than that of the conventional correcting dense spectrum method, guaranteeing that the proposed method is of high applied value when SNR > 20dB.

Key words: all-phase FFT; spectral leakage; dense spectrum; correcting spectrum

1 引言

正弦信号的频率和相位估计是通信、声纳、电子对抗等领域的重要问题.基于 DFT (Discrete Fourier Transform) 的频谱校正^[1]因计算量小、算法简单,成为主要的频率和相位估计手段;点数为 N 的 DFT 由于离散谱受频率分辨率 $\Delta\omega = 2\pi/N$ 的限制,无法精确估计频率和相位值,于是借助三点卷积法^[2]、能量重心法^[3,4]、比值法^[5-7]、相位差法^[8-10]等谱校正法来精确估计完成频率和相位.事实上,各种频谱校正法都是针对单频信号设计的,故处理单频信号时,这些算法可获得很高性能:如 在无噪情况下,文献[8]采用分段相位差法,其频率估计精度可达到 0.2% $\Delta\omega$,相位校正误差小于 0.1°;文献

[11]采用牛顿迭代方法,其频率估计方差可在全频段上接近克拉美罗限(CRLB),Roisenfeld 提出基于改进 DFT 系数的迭代估计算法^[12],其频率估计方差仅比文献[13]给出的 CRLB 高出 0.0633dB;Jeffrey 与 Roisenfeld 将文献[12]的算法与最大似然估计法结合实现了相位估计^[14],其估计方差仅比 CRLB 高出 0.0475dB.

然而当信号包含多频成分时,各谱成分因泄漏而导致谱间干扰,如何减小谱泄漏造成的误差仍是国内外研究的热题^[15,16].频率成分间隔越密,其谱重叠就越严重,会使得校正性能变坏甚至完全失效.特别是频率间隔不足一个 $\Delta\omega$ 时,这时振幅谱仅呈现出一个谱峰,很难区分是单频谱还是密集谱.因而需引入密集谱识别方法,文献[17]提出基于单频比值法的自动判别和校正方

法,通过搜索两个频率分量在复平面上的方位角将其分离,由于单频比值法用到的两根谱线本身占满了 1 个 $\Delta\omega$ 间隔,在校正密集成分时,其精度会严重受到谱泄漏影响,另外文献[18]还指出该方法在搜索频移旋转角时要耗费很大计算量;文献[18]提出一种结合时移相位差校正法和传统 FFT 相邻谱线间的相位差信息的密集谱频率和相位谱计法,仅需 1 根谱线信息即可完成频率估计,但文献[18]只给出了其密集谱参数的校正方法,没有给出密集谱识别方法,而且算法精度还有待提高。

既然谱泄漏是影响密集谱校正性能的主要原因,则可从校正对象——离散谱本身来减小谱泄漏.相比于传统 FFT,文献[19,20]介绍的全相位 FFT 能更好地抑制谱泄漏.文献[21,22]指出,apFFT 具有“相位不变性”,其相位谱可呈现出平坦分布特性,本文利用此特性来区分密集谱和单频谱;另外,结合文献[23]提出的“全相位时移相位差法”和 apFFT 峰值谱线和次高谱线的平坦相位特性,设计了性能更优越的密集谱校正法。

2 全相位 FFT 与传统 FFT 谱的区别

apFFT 需 $2N-1$ 个输入样本,得到 N 个输出数据^[19~21].文献[22]指出,apFFT 综合了 N 次 FFT 结果,故性能在两方面改善:①apFFT 的谱泄漏比传统 FFT 小得多;②apFFT 具有“相位不变性”。

举例说明,研究单频复正弦信号 $x(t) = e^{j(2\pi f_0 t + \theta_0)}$,其频率 $f_0 = 10.2\text{Hz}$,初相角 $\theta_0 = 20^\circ$,采样速率 $f_s = 128\text{Hz}$,分别对采样序列进行阶数 $N = 64$ 的无窗^[22,23] apFFT 和 $N = 128$ 的传统 FFT,所得到的振幅谱和相位谱如图 1 所示。

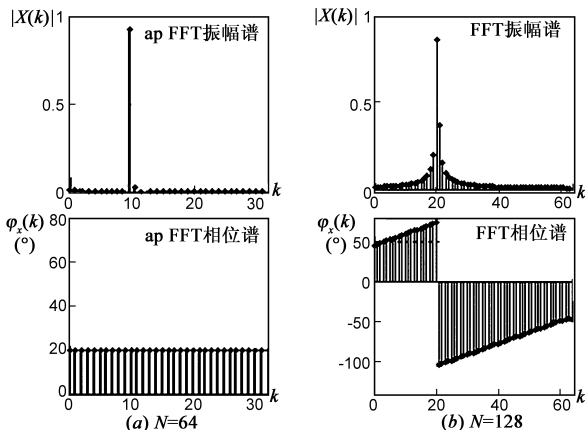


图1 全相位FFT谱与传统FFT谱对照

图 1(a)表明,64 阶 apFFT(耗费 127 个样点)峰值谱线周围仅泄漏出 2 根旁谱线,而所有相位值 $\varphi_x(k)$ 都等于实际初相 20° ,呈现出平坦分布特性^[18,20,21];相反,图 1(b)的 128 阶传统 FFT(耗费 128 个样点)谱泄漏很严重,且相位谱很乱.因而 apFFT 在耗费相对较少样本的

同时却获得更好的抑制谱泄漏性能,对于密集谱校正场合更有优势。

3 基于全相位 FFT 的密集谱识别

假定有单频信号 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 及其复合信号

$$\begin{aligned} x_1(t) &= a_1 e^{j(2\pi f_1 t + \theta_1)}, \\ x_2(t) &= a_2 e^{j(2\pi f_2 t + \theta_2)}, \\ x(t) &= x_1(t) + x_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

假设采样间隔为 Δt ,则对 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 采样得到的离散序列 $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$ 及其复合信号 $x(n)$ 分别为

$$\begin{aligned} x_1(n) &= a_1 e^{j(2\pi f_1 n \Delta t + \theta_1)}, \\ x_2(n) &= a_2 e^{j(2\pi f_2 n \Delta t + \theta_2)}, \\ x(n) &= x_1(n) + x_2(n) \end{aligned} \quad (2)$$

不妨以 $x_1(t)$ 为例,将观测区间 $[-N+1, 2N-1]$ Δt 内的 $3N-1$ 个样点分成两段(前 $2N-1$ 个样点为第一段,后 $2N-1$ 个样点为第二段).对第一段进行 apFFT 可得振幅谱 $|X_1(k)|$ 和相位谱 $\varphi_1(k)$,对第二段进行 apFFT 可得 $|X_1'(k)|$ 和 $\varphi_1'(k)$,不难证明 $|X_1(k)| = |X_1'(k)|$;同样地,也可获得 $x_2(t)$ 的振幅谱 $|X_2(k)|$ 、 $|X_2'(k)|$ 和相位谱 $\varphi_2(k)$ 、 $\varphi_2'(k)$,以及复合信号 $x(t)$ 的振幅谱 $|X(k)|$ 、 $|X'(k)|$ 和相位谱 $\varphi(k)$ 、 $\varphi'(k)$.可依据主要的 apFFT 相位谱线是否具备平坦分布特征,来分辨单频成分还是密集多频成分。

举例说明:令 $N = 32$, $f_1 = 10.1\text{Hz}$, $\theta_1 = 50^\circ$, $f_2 = 10.2\text{Hz}$, $\theta_2 = 100^\circ$,采样频率 $f_s = 32\text{Hz}$,则谱分辨率 $\Delta f = 1\text{Hz}$,由于 $|f_2 - f_1| < \Delta f$,故属于密集谱分布,对 $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$ 和 $x(n)$ 及其延序列分别进行 apFFT,得到的振幅谱和相位谱如图 2 所示。

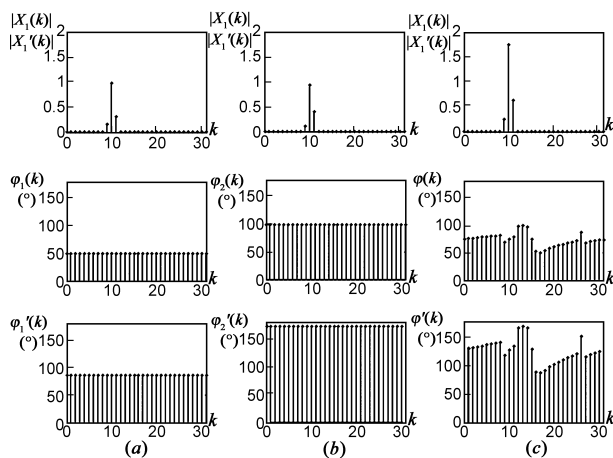


图2 两时延序列的全相位密集振幅谱和相位谱变化

从图 2(c)可看出,复合振幅谱 $|X(k)|$ 、 $|X'(k)|$ 均呈现 1 个谱峰,这易误判为单频谱;然而从图 2(c)可发现 $k = 10$ 附近的相位谱 $\varphi(k)$ 、 $\varphi'(k)$ 不具备平坦性,故可排除单频可能,而判断为密集谱。

4 基于 apFFT 的密集频率与相位的校正

很显然,前 $2N-1$ 个样本的 apFFT 谱满足

$$X(k) = X_1(k) + X_2(k) \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (3)$$

由于两段样本存在 N 个样点的时延关系,文献[21]指出,这 N 个时延样点对两频率成分 f_1 与 f_2 造成的相移分别为 $2\pi f_1 N\Delta t$ 、 $2\pi f_2 N\Delta t$,故满足

$$\begin{cases} X_1'(k) = e^{j2\pi f_1 N\Delta t} X_1(k) \\ X_2'(k) = e^{j2\pi f_2 N\Delta t} X_2(k) \end{cases} \quad k \in [0, N-1] \quad (4)$$

则第 2 段样本的 apFFT 谱 $X'(k)$ 表示为

$$\begin{aligned} X'(k) &= X_1'(k) + X_2'(k) \\ &= e^{j2\pi f_1 N\Delta t} X_1(k) + e^{j2\pi f_2 N\Delta t} X_2(k) \end{aligned} \quad k \in [0, N-1] \quad (5)$$

很显然,如果确知观测谱 $X(k)$ 、 $X'(k)$ 中两个单频成分的 apFFT 谱 $X_1(k)$ 、 $X_2(k)$,则由式(3)与式(5)联立可构成二元方程组而估计出 f_1 与 f_2 的值.然而 $X_1(k)$ 、 $X_2(k)$ 是不能直接观测到的.

因而需增加约束方程个数.注意式(3)~式(5)适用所有 k 值;假定峰值谱位于 $k=m$ 处,邻近次高谱位于 $k=m+1$ 处,则可扩展出如下四元方程

$$\begin{cases} X(m) = X_1(m) + X_2(m) \\ X(m+1) = X_1(m+1) + X_2(m+1) \\ X'(m) = e^{j2\pi f_1 N\Delta t} X_1(m) + e^{j2\pi f_2 N\Delta t} X_2(m) \\ X'(m+1) = e^{j2\pi f_1 N\Delta t} X_1(m+1) + e^{j2\pi f_2 N\Delta t} X_2(m+1) \end{cases} \quad (6)$$

式(6)仅包括 4 个约束方程,却涉及 6 个未知参数 $X_1(m)$ 、 $X_2(m)$ 、 $X_1(m+1)$ 、 $X_2(m+1)$ 、 f_1 、 f_2 ,看似四元方程仍然无解,即每增加一个 k 值约束,虽然增加了 2 个约束方程,但却同样增加了两个未知数.因而必需从新的角度增加约束条件.

根据单频复指数信号的 apFFT 的平坦相位特性,即任意两根 apFFT 相位谱值是相等的,令 $\text{ang}(\cdot)$ 表示取相位操作,则式(6)中的 $X_1(m)$ 与 $X_1(m+1)$ 、 $X_1'(m)$ 与 $X_1'(m+1)$ 应满足

$$\begin{cases} \text{ang}[X_1(m)] = \text{ang}[X_1(m+1)] \\ \text{ang}[X_2(m)] = \text{ang}[X_2(m+1)] \end{cases} \quad (7)$$

因而,式(6)与式(7)联立的 6 元方程组存在唯一解.这可推广至包含 $n > 2$ 个密集频率成分场合,因为每增加一个频率成分,可多选取峰值谱附近一根谱线,相应地增加类似于式(3)、式(5)的复合谱限制和式(7)的相位谱的约束,再联立求解.

由式(6)可推出两个单频成分表达式为

$$\begin{cases} X_1(m) = \frac{X(m) e^{j2\pi f_2 N\Delta t} - X'(m)}{e^{j2\pi f_2 N\Delta t} - e^{j2\pi f_1 N\Delta t}} \\ X_2(m) = \frac{X'(m) - X(m) e^{j2\pi f_1 N\Delta t}}{e^{j2\pi f_2 N\Delta t} - e^{j2\pi f_1 N\Delta t}} \\ X_1(m+1) = \frac{X(m+1) - X'(m+1) e^{j2\pi f_1 N\Delta t}}{e^{j2\pi f_2 N\Delta t} - e^{j2\pi f_1 N\Delta t}} \\ X_2(m+1) = \frac{X'(m+1) - X(m+1) e^{j2\pi f_1 N\Delta t}}{e^{j2\pi f_2 N\Delta t} - e^{j2\pi f_1 N\Delta t}} \end{cases} \quad (8)$$

对于密集谱, f_1 与 f_2 是充分接近的,可假定

$$\begin{aligned} f_1 \Delta t &= (m + \Delta k_1) / N, & |\Delta k_1| &\leq 0.5 \\ f_2 \Delta t &= (m + \Delta k_2) / N, & |\Delta k_2| &\leq 0.5 \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8),有

$$\begin{cases} X_1(m) = \frac{X(m) - X'(m) e^{-j2\pi \Delta k_2}}{1 - e^{j2\pi(\Delta k_1 - \Delta k_2)}} \\ X_2(m) = \frac{X(m) - X'(m) e^{-j2\pi \Delta k_1}}{e^{j2\pi(\Delta k_2 - \Delta k_1)} - 1} \\ X_1(m+1) = \frac{X(m+1) - X'(m+1) e^{-j2\pi \Delta k_2}}{1 - e^{j2\pi(\Delta k_1 - \Delta k_2)}} \\ X_2(m+1) = \frac{X(m+1) - X'(m+1) e^{-j2\pi \Delta k_1}}{e^{j2\pi(\Delta k_2 - \Delta k_1)} - 1} \end{cases} \quad (10)$$

联立式(7)与式(10)有

$$\begin{cases} \text{ang}[X(m) - X'(m) e^{-j2\pi \Delta k_2}] = \text{ang}[X(m+1) - X'(m+1) e^{-j2\pi \Delta k_2}] \\ \text{ang}[X(m) - X'(m) e^{-j2\pi \Delta k_1}] = \text{ang}[X(m+1) - X'(m+1) e^{-j2\pi \Delta k_1}] \end{cases} \quad (11)$$

令 $X(m) = i_1 + jq_1$, $X(m+1) = i_2 + jq_2$, $X'(m) = i_1' + jq_1'$, $X'(m+1) = i_2' + jq_2'$, $e^{-j2\pi \Delta k_1} = x_1 + jy_1$, $e^{-j2\pi \Delta k_2} = x_2 + jy_2$, 由于两个复数相角相等意味着其实部与虚部的比值相等,则式(11)等价于

$$\begin{cases} \frac{i_1 - i_1' x_1 + q_1' y_1}{q_1 - i_1' y_1 - x_2 q_1'} = \frac{i_2 - i_2' x_1 + q_2' y_1}{q_2 - i_2' y_1 - x_1 q_2'} \\ \frac{i_1 - i_1' x_2 + q_1' y_2}{q_1 - i_1' y_2 - x_2 q_1'} = \frac{i_2 - i_2' x_2 + q_2' y_2}{q_2 - i_2' y_2 - x_2 q_2'} \end{cases} \quad (12)$$

式(12)可化简为

$$\begin{cases} a_0 + a_1 x_1 + a_2 y_1 + a_3 (x_1^2 + y_1^2) = 0 \\ a_0 + a_1 x_2 + a_2 y_2 + a_3 (x_2^2 + y_2^2) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{其中} \begin{cases} a_0 = i_1 q_2 - i_2 q_1 \\ a_1 = -i_1 q_2' - i_1' q_2 + i_2 q_1' + i_2' q_1 \\ a_2 = -i_1 i_2' + q_1' q_2 + i_1' i_2 - q_1 q_2' \\ a_3 = i_1' q_2' - i_2' q_1' \end{cases}$$

由于 $|e^{-j2\pi \Delta k_1}| = |e^{-j2\pi \Delta k_2}| = 1$, 则式(13)等价于

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ a_0 + a_1 x_1 + a_2 y_1 + a_3 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

式(14)的解实际上是单位圆与直线的两个交点,最终得到的频率估计式为

$$\Delta k_i = -\frac{\tan^{-1}(y_i/x_i)}{2\pi}; i = 1, 2 \quad (15)$$

由式(15)得到频偏值 Δk_i 后,易求得频率估计

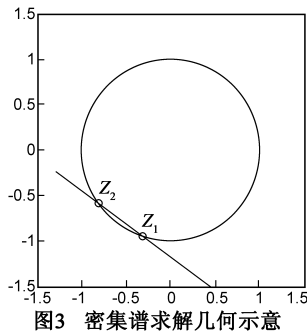
$$f_i = (m + \Delta k_i)/\Delta t; i = 1, 2 \quad (16)$$

算出频偏 Δk_i 后,代入式(10)即可得相位估计

$$\theta_i = \text{ang}[X_i(m)]; i = 1, 2 \quad (17)$$

例如,假定信号 $x(n)$

$= \cos(2\pi * 5.3n/32 + 30^\circ) + \cos(2\pi * 5.4n/32 + 120^\circ)$,通过求解式(14)而得到的单位圆与直线交点的几何解如图3所示,两个交点分别为 $Z_1 = e^{-j108^\circ}$, $Z_2 = e^{-j144^\circ}$,故根据式(15)可算出其频偏值约为 $\Delta k_1 = 108/360 = 0.3$, $\Delta k_2 = 144/360 = 0.4$.



5 含噪情况下密集谱与单频谱的识别

举例说明噪声干扰下的密集谱识别问题,对密集成分信号 $x_1(n) = \cos(2\pi * 5.3n/32 + 50^\circ) + \cos(2\pi * 5.4n/32 + 120^\circ)$ 和单频信号 $x_2(n) = \cos(2\pi * 5.35n/32 + 50^\circ)$,分别进行双窗 apFFT^[22]而得到振幅谱和相位谱如图4(a)~图4(d)所示(SNR分别为40dB、30dB、20dB、18dB)。

从图4可看出,无论怎样的噪声条件,密集成分相位谱 $\varphi_1(k)$ 总是很乱而不会呈现平坦特性.然而单频成分相位谱 $\varphi_2(k)$ 则不然,当噪声较小时(SNR = 40dB), $\varphi_2(k)$ 呈现出很宽的平坦分布特性(测量相位值近似等

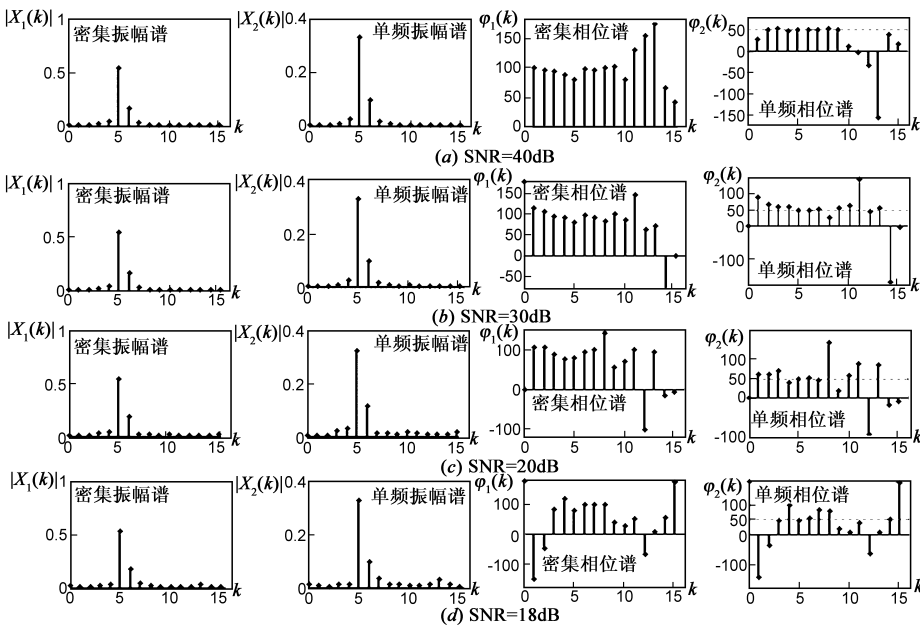


图4 不同信噪比下密集谱与单频谱对比

于真实值 50°);随着噪声逐渐增大(SNR = 30dB、20dB), $\varphi_2(k)$ 平坦区覆盖范围逐渐变窄,但是以振幅谱峰($k = 5$)为中心的三根相位谱线 $\varphi_2(4) \sim \varphi_2(6)$ 值仍基本一致,这是因为噪声能量是在全频带上分布的,因而噪声干扰会分摊到所有相位谱线上,对于振幅谱峰附近的3根谱线 $k = 4 \sim 6$ 处,由于自身能量值较高,因而受噪声影响较小,而在其他位置的相位谱线,由于自身能量值较低,对噪声扰动很敏感,稍偏离出相位谱值为 50° 的平坦区域.当噪声进一步增大时(SNR = 18dB), $\varphi_2(4)$ 偏离了真实值 50° ,而峰值谱线和次高谱线的仍近似等于真实值.假定振幅谱峰位置为 $k = m$ 处,则可定义如式(18)所示的峰值谱线和次高谱线的相位值相对变化量指标来辨别是密集成分谱还是单频成分谱

$$\eta = \begin{cases} \frac{|\varphi(m) - \varphi(m+1)|}{|\varphi(m)|}, & \text{当 } |X(m+1)| > |X(m-1)| \\ \frac{|\varphi(m) - \varphi(m-1)|}{|\varphi(m)|}, & \text{当 } |X(m+1)| < |X(m-1)| \end{cases} \quad (18)$$

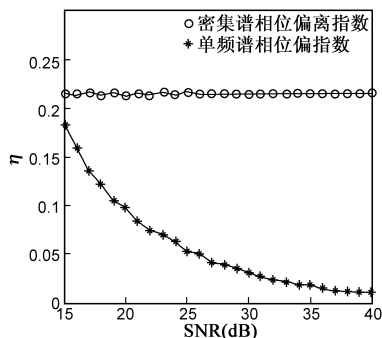


图5 密集谱与单频谱的相位偏离指数曲线

要小得多, SNR越大,相位偏离指数越小,这时相位谱分布则越平坦.试验表明,当 SNR > 20dB时,以 $\eta = 0.1$ 作为区分密集谱与单频谱的门限值是合理的。

由于 apFFT 测出的相位 $\varphi(m)$ 是信号真实的瞬间相位,从式(18)可看出,门限值 η 的设置与 $\varphi(m)$ 有关.另外,从图5曲线可看出,SNR 越小,则门限值应取大些,这要视具体应用需求而定。

6 仿真实验

设阶数 $N = 32$, $f_s = 32\text{Hz}$,在 MATLAB 中产生仿真信号 $x(n) = \cos(2\pi * 5.3n/32 + 30^\circ) + \cos(2\pi * 5.4n/32 + 120^\circ) +$

$\lambda\xi(n)$. 这里选用余弦信号而不是复指数信号,是因为余弦成分包括两个复指数成分,两成分间存在复指数信号不具备的谱间干扰,故易于检验算法性能. 其中 $\xi(n)$ 为均值为 0, 方差为 1 的高斯白噪, 可通过改变 λ 来调节信噪比.

分别采用本文方法和文献[18]的密集谱校正法估计频率和相位, 在 SNR = 40dB, 30dB, 20dB, 18dB 条件下分别做 1000 次 Monte-Carlo 仿真, 其估计的均方根误差结果如表 1 所示.

表 1 密集谱的频率和相位校正均方根误差比较结果

SNR	校正方法	5.3Hz 成分		5.4Hz 成分	
		频率校正均方差(Hz)	相位校正均方差(°)	频率校正均方差(Hz)	相位校正均方差(°)
40dB	本文方法	0.00238208881396	1.59145103118685	0.00265335540152	1.60540416834726
	FFT 法	0.00433546115019	3.28940050075982	0.00452622472234	3.32536819303630
30dB	本文方法	0.00784221562434	5.11830171976963	0.00837125077413	5.37964811527980
	FFT 法	0.01519744197683	20.52898992043612	0.01548409985286	13.75472481508534
25dB	本文方法	0.01472239272336	15.39291938479576	0.01524508398853	13.19332016064161
	FFT 法	0.02613245875020	32.06055986269429	0.02746955313425	22.83645751926836
20dB	本文方法	0.02584721772131	24.54302354900443	0.02699809514406	25.67263144892868
	FFT 法	0.05835617114667	33.05791018841391	0.03845966542755	26.08955221938775
18dB	本文方法	0.03218508168363	27.31891448003838	0.03239144409880	30.06443164405634
	FFT 法	0.09666246374198	30.22347617758551	0.04395082490786	26.09316967277524

表 1 表明, 相比于文献[18]方法, 本文方法的频率和相位估计精度均有提高. SNR > 25dB 时, 其两个参数的估计误差仅为传统 FFT 法的一半左右. SNR = 20dB 时, 其估计精度仍高于传统 FFT 法. 另外, 本文方法适用的噪声范围比传统方法要大, 当 SNR = 18dB 时, FFT 的频率估计误差高达 0.1Hz 左右, 基本失去了区分密集成分的意义, 然而本文算法的频率估计误差在 0.03Hz 左右, 仍具有实用价值.

两种算法共同特点都是频率估计性能好于相位估计性能. 但是相位估计都有较大误差(本文方法仍远好于 FFT 法, 在 SNR = 30dB 时, 相位误差可控制在 5° 以内), 这可从式(10)和式(17)中得到理论解释: 式(10)表明计算出 $X_i(m)$ 要依赖于频率偏差估计 Δk_i , 而式(17)的相位 θ_i 估计又是直接从 $X_i(m)$ 取相角而得, 显然这样会形成误差的传递, 即频率估计的误差会带入到相位估计误差中, 频率估计误差越大, 则相位估计误差必然也变大, 表 1 的相位误差数据充分说明了这点, 因而当 SNR < 20dB 时, 其相位估计误差达到 24° 以上, 工程意义不大.

总之, 本文方法性能比 FFT 法有较大提高, 在中、高信噪比(SNR > 20dB)应用场合有实用价值. 但对于强噪声干扰, 性能会有所下降, 这是因为强噪会使得式(7)不成立, 在密集谱处对式(7)峰值谱和次高谱的相位关系造成大影响的缘故.

7 结论

间距在 1 个 $\Delta\omega$ 内的密集谱校正一直是学术难题, 本文充分利用 apFFT 的良好抑制谱泄漏特性及其单频相位谱平坦分布特性, 提出了能够直观地识别密集谱和单频谱的方法, 结合全相位时移相位差法, 进而导

出基于 apFFT 的密集谱校正法; 并且给出了辨别密集谱和单频谱的参数指标. 仿真实验证明, 本文方法性能优于传统 FFT 密集谱校正法.

然而, 本文虽然完成了密集谱和单频谱的识别工作, 但仍未完成密集频率成分个数的判断工作; 另外无论是本文方法还是原有基于传统 FFT 的密集谱校正方法, 都存在抗噪性能差的问题, 本文方法还仅仅适合于中、高信噪比场合, 因而提高算法对噪声干扰的鲁棒性, 是今后研究方向.

参考文献:

- [1] 朱小勇, 丁康. 离散频谱校正法的综合比较[J]. 信号处理, 2001, 17(1): 91 - 97.
Zhu Xiaoyong, Ding Kang. The synthetical comparison of correcting methods on discrete spectrum[J]. Signal Processing, 2001, 17(1): 91 - 97. (in Chinese)
- [2] 丁康, 谢明. 离散频谱三点卷积幅值校正法的误差分析[J]. 振动工程学报, 1996, 9(1): 92 - 98.
Ding Kang, Xie Ming. Error analysis for amplitude correction method using convolution of three points in discrete spectrum[J]. Journal of Vibration Engineering, 1996, 9(1): 92 - 98. (in Chinese)
- [3] C Offelli, D Petri. A frequency domain procedure for accurate real-time signal parameter measurement[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1990, 39(2): 363 - 368.
- [4] Zheng Chun-song, Ding Kang, et al. Noise influence on frequency estimation accuracy from energy centrobaric correction method for discrete spectrum[A]. Li Yuanyuan. Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Information and Automation[C]. Zhuhai: IEEE Press, 2009. 1477 - 1481.
- [5] J Schoukens, R Pintelon, H Van Hamme. The interpolated fast

- Fourier transform: A comparative study[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1992, 41(2): 226 - 232.
- [6] 刘敏, 王克英. 基于加窗双峰谱线插值的高精度 FFT 谐波分析[J]. 电测与仪表, 2006, 43(3): 112 - 116.
Liu Min, Wang Keying. High accurate FFT algorithm for harmonic analysis based on window function and double peak of spectral lines interpolation[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2006, 43(3): 112 - 116. (in Chinese)
- [7] 齐国清, 贾欣乐. 插值 FFT 估计正弦信号频率的精度分析[J]. 电子学报, 2004, 32(4): 625 - 629.
Qi Guoqing, Jia Xinle. Accuracy analysis of frequency estimation of sinusoid based on interpolated FFT[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 625 - 629. (in Chinese)
- [8] 齐国清, 贾欣乐. 基于 DFT 的正弦波频率和初相的高精度估计方法[J]. 电子学报, 2001, 29(9): 1164 - 1167.
Qi Guoqing, Jia Xinle. High-accuracy frequency and phase estimation of signal-tone based on phase of DFT[J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(9): 1164 - 1167. (in Chinese)
- [9] 丁康, 钟舜聪. 通用的离散频谱相位差校正方法[J]. 电子学报, 2003, 31(1): 142 - 145.
Ding Kang, Zhong Shuncong. A universal phase difference correcting methods on discrete spectrum[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(1): 142 - 145. (in Chinese)
- [10] 杨志坚, 丁康. 高斯白噪声背景下时移相位差校正法的频率估计精度分析[J]. 振动工程学报, 2007, 20(3): 274 - 279.
Yang Zhijian, Ding Kang. Accuracy analysis of frequency estimated by applying time-shifting correcting method of phase difference in presence of Gaussian white noise[J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(3): 274 - 279. (in Chinese)
- [11] 邓振森, 刘渝. 正弦波频率估计的牛顿迭代方法初始值研究[J]. 电子学报, 2007, 35(1): 104 - 107.
Deng Zhenmiao, Liu Yu. The starting point problem of sinusoid frequency estimation based on newton's method[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(1): 104 - 107. (in Chinese)
- [12] S Reisenfeld, E Aboutanos. A new algorithm for the estimation of the frequency of a complex exponential in additive Gaussian noise [J]. IEEE Communications Letters, 2003, 7(11): 529 - 531.
- [13] D C Rife, R Boorstyn. Single tone parameter estimation from discrete-time observations[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20(5): 591 - 598.
- [14] Jeffrey Tsui, Sam Reisenfeld. A highly accurate DFT-based parameter estimator for complex exponentials[J]. Journal of Telecommunications and Information technology, 2006, 1(1): 76 - 82.
- [15] Dusan Agrez. Improving phase estimation with leakage minimization[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2005, 54(4): 1347 - 1353.
- [16] Consolatina Liguori, Alfredo Paolillo. IFFC-based procedure for hidden tone detection[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(1): 133 - 139.
- [17] 谢明, 丁康. 两个密集频率成分重叠频谱的校正方法[J]. 振动工程学报, 1999, 12(3): 109 - 114.
Xie Ming, Ding Kang. Correction method for the overlapped spectrum with two intensive frequency components[J]. Journal of Vibration Engineering, 1999, 12(3): 109 - 114. (in Chinese)
- [18] 方体莲, 洪一. 利用 FFT 校正两个密集信号的频率和相位[J]. 雷达科学与技术, 2005, 3(6): 378 - 382.
Fang Tilian, Hong Yi. Correction of frequency and phase of two overlapped spectrum signals based on FFT[J]. Radar Science and Technology, 2005, 3(6): 378 - 382. (in Chinese)
- [19] 王兆华, 侯正信, 苏飞. 全相位 FFT 频谱分析[J]. 通信学报, 2003, 24(11A): 16 - 19.
Wang Zhaohua, Hou Zhengxin, Su Fei. All phase FFT spectrum analysis[J]. Journal of China Institute of Communications, 2003, 24(11A): 16 - 19. (in Chinese)
- [20] 黄翔东, 王兆华. 全相位 DFT 抑制谱泄漏原理及其在频谱校正中的应用[J]. 天津大学学报, 2007, 40(7): 574 - 578.
Huang Xiangdong, Wang Zhaohua. Principle of all-phase DFT restraining spectral leakage and the application in correcting spectrum[J]. Journal of Tianjin University, 2007, 40(7): 574 - 578. (in Chinese)
- [21] Xiangdong Huang, Zhaohua Wang, et al. A novel high-accuracy digitalized measuring phase method[A]. Yuan Baozong. Proceedings of the 9th International Conference on Signal Processing[C]. Beijing: IEEE Press, 2008. 120 - 123.
- [22] 王兆华, 黄翔东. 数字信号全相位谱分析与滤波技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009. 39 - 45.
- [23] 黄翔东, 王兆华. 全相位时移相位差频谱校正法[J]. 天津大学学报, 2008, 41(7): 815 - 820.
Huang Xiangdong, Wang Zhaohua. All-phase time-shift phase difference correcting spectrum method[J]. Journal of Tianjin University, 2008, 41(7): 815 - 820. (in Chinese)

作者简介:



黄翔东 男, 1979 年生于江西永丰. 博士、副教授、硕士生导师. 2001 年 7 月获天津工业大学学士学位, 分别在 2004 年 3 月和 2007 年 3 月获天津大学硕士和博士学位. 现为天津大学电信学院教师. 主要从事频谱分析、时频分析、模式识别等方面的研究工作.

E-mail: xdhuang@tju.edu.cn

王兆华 男, 1937 年生于上海. 教授、博士生导师. 1961 年毕业于清华大学后在天津大学任教至今. 研究方向为滤波器设计、频谱分析等.